

基于 cosh 函数的 Preisach 磁滞模型参数辨识与验证

包广清, 黄 雷

(兰州理工大学 电气工程与信息工程学院, 甘肃省工业过程先进控制重点实验室, 甘肃兰州 730050)

摘 要: 除了导热、介电等物理特性之外, 电工磁性材料的磁滞特性精确建模是电磁设备优化设计的共性基础问题。建立准确的磁滞数学模型, 对设计电机、变压器等设备至关重要。基于 Preisach 模型, 用 cosh 函数来代替 Preisach 分布函数, 同时引入 Everett 函数建立解析形式的磁滞数学模型。利用 BH-Loop 分析仪, 对电机中常用材料 50WW600 进行实验。应用差分进化算法, 以磁滞回线计算值与实验值之间的方差为适应度函数, 辨识了模型的三个参数。通过所建模型的仿真值与实测曲线的对比, 验证了模型的准确性, 可以有效地模拟铁磁材料的静态磁滞回线。

关键词: 磁性材料; 磁滞; Preisach 模型; 参数辨识

中图分类号: TM936.3

文献标识码: A

文章编号: 1001-3830(2020)02-0024-06

DOI: 10.19594/j.cnki.09.19701.2020.02.006

Parameter identification and verification of Preisach hysteresis model based on cosh function

BAO Guang-qing, HUANG Lei

College of Electrical and Information Engineering, Gansu Provincial Key Laboratory of Advanced Industrial Process Control, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China

Abstract: In addition to the physical properties such as heat conduction and dielectric, accurate modeling of hysteresis characteristics of ferromagnetic materials is a common basic problem for optimal design of electromagnetic equipment. In order to better study the effect of hysteresis on motor, transformer and other equipment, it is necessary to establish an accurate mathematical model. Based on Preisach model, cosh function is used to replace Preisach distribution function, and Everett function is introduced to establish hysteresis mathematical model in analytical form. Based on BH-Loop analyzer, 50WW600, a commonly used material in electric machines, was tested. Using differential evolution algorithm and taking the variance between the calculated hysteresis loop value and the experimental value as the fitness function, three parameters of the model are identified. The simulation results of the hysteresis model established in this paper are in good agreement with the measured hysteresis loop of the material, which can accurately simulate the static hysteresis loop of soft magnetic materials.

Key words: magnetic material; hysteresis; Preisach model; parameter identification

1 引言

随着变压器、电机、电磁阀等电磁设备的应用边界拓展至特殊工况与极端环境条件, 现有常规的软磁材料磁滞模型已不能满足其精确优化设计的需求, 只有建立适用范围更广、更为精细的材料模型, 才能不断提高电磁设备的材料应用水平^[1-2]。在实际工程应用中, 建立准确的磁滞模型可以使磁损耗更容易预测, 为电机、电机控制器等的设计提供了有效的理论依据。

从现有文献来看, 科研人员主要从物理学、数学、工程应用等角度对磁滞现象进行了研究。目前描述磁滞现象较为经典的模型有 Preisach 模型^[3-4]、Stoner-Wolhfarth(S-W)模型^[5]、E&S 模型^[6-8]、Jiles-Atherton(J-A)模型^[9-10]、神经网络模型^[11-13]以及新近发展起来的混合磁滞模型^[14]等。S-W 模型没有考虑粒子间的相互作用, 计算速度缓慢, 并且该模型忽略了磁化历史对磁化过程的影响; E&S 模型和 J-A 模型需要辨识较多的参数; 神经网络模型可直接获到磁感应强度 B 与磁场强度 H 之间的关系, 可以同

收稿日期: 2019-02-23 修回日期: 2019-04-11

通讯作者: 包广清 E-mail: gqbao@lut.cn

时考虑频率、温度等因素的影响，但该模型的准确性依赖于大量的实测数据训练神经网络。Preisach 模型是描述磁滞特性最常用的模型，是物理学家 Preisach 在 1935 年基于对磁化现象物理机理的一些假设提出的一种磁滞模型，该模型的最终输出是通过多个连续的基本滞环单元进行累积与加权求和的结果。

为了解决经典 Preisach 磁滞模型中分布函数的难以确定的关键问题，国内外学者近年来也提出了一些方案。其中李慧奇等^[15]通过实验测量一阶、二阶回转曲线及极限磁滞回线，利用多元插值函数来确定分布函数。段娜娜等^[16]采用了极限磁滞回线法，分离分布函数变量，解决了分布函数难以确定的问题，并用三维磁特性测量装置验证了其有效性。文献[17-18]基于磁滞回线的外部形状和分布函数特性，用 Lorentzian 函数近似代替分布函数，以数学形式将磁感应强度和磁场强度的关系建立了解析形式的磁滞模型。李富华等^[19]在对 Lorentzian 函数进行参数辨识时，建立了三层 BP 神经网络，测量了 711 条磁滞回线来训练神经网络。

本文首先介绍了 Preisach 磁滞模型的基本原理；然后基于材料的物理磁化机理，将分布函数表示为两个一维函数的乘积；提出用 cosh 函数近似分布函数，同时引入 Everett 函数建立解析形式的磁滞数学模型。通过 BH-Loop 分析仪的磁性材料磁特性测量系统，将测试样品裁剪为边长 1 cm 的正方形薄片，实测直接得到磁滞回线，并用所建模型来拟合。应用差分进化算法对模型参数进行辨识，求解得到参数最优值，使得拟合效果更好，验证此模型对软磁材料磁滞回线模拟的准确性。

2 Preisach磁滞模型及其分布函数近似

2.1 Preisach磁滞模型

Preisach 模型将铁磁材料表示为大量的磁偶极子的集合，每一个磁偶极子都具有如图 1 所示的矩形磁滞特性。材料的磁性在宏观上体现为所有磁滞算子的叠加，经典 Preisach 模型定义为^[4]：

$$B(t) = \iint_T \mu(h_1, h_2) \gamma_{h_1 h_2} [H(t)] dh_1 dh_2 \quad (1)$$

式中， $B(t)$ 为系统输出， $H(t)$ 为系统输入， $\mu(h_1, h_2)$ 为模型中的分布函数， h_1, h_2 分别对应于系统输入的“上升”和“下降”的阈值； $\gamma_{h_1 h_2} [H(t)]$ 为磁滞算子，取值只

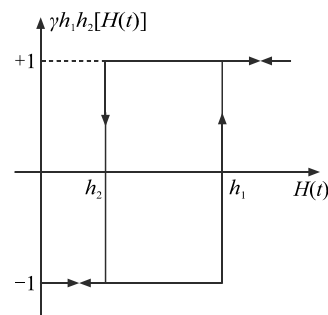


图 1 磁滞算子

能为+1 或-1。Preisach 模型是通过历史输入的分运算来求当前输入的响应。

Preisach 模型示意图如图 2 所示，在 Preisach 积分三角形内，三角形区域内的任意一点都对应唯一一个磁滞算子。随着外加磁场的变化，阶梯线 L 不断改变形状，磁滞回线上升或下降。

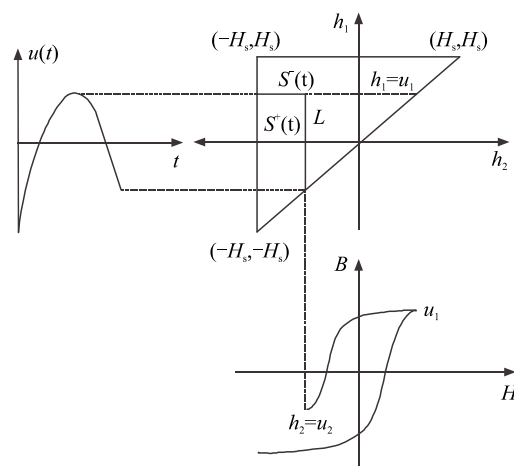


图 2 Preisach 模型示意图

为了更详细地描述 Preisach 模型，引入 Everett 积分，可以确定任意时刻的磁通密度，Everett 积分的定义为^[20]：

$$E(x, y) = \int_x^y \int_x^{h_2} \mu(h_1, h_2) dh_1 dh_2 \quad (2)$$

式中， x 和 y 是分布函数中阶梯线 L 的转折点。针对分布函数 $\mu(h_1, h_2)$ 难以确定的问题，在本文中用 cosh 函数来近似代替。

2.2 cosh函数的Preisach分布

如所周知，软磁材料的磁化过程是由磁畴的运动决定，当输入磁场单调增大或减小时，这种运动通常是单向的。开关值 h_1, h_2 的概率分布在统计上是独立的^[10]，针对这一事实进行建模。Preisach 分布函数可以近似为两个单变量一维函数的乘积：

$$\mu(h_1, h_2) = \mu(-h_1)\mu(h_2) \quad (3)$$

从(1)式可以得到磁滞回线上升段的磁导率为

$$\frac{dB}{dH} = 2 \int_{H_r}^H \mu(h_1, H) dh_1 \quad (4)$$

磁滞回线下降段的磁导率可表示为

$$\frac{dB}{dH} = 2 \int_H^{H_r} \mu(H, h_2) dh_2 \quad (5)$$

在上述关系式中, H_r 是磁场强度的最后一个主导极值。

由于软磁材料的磁滞回线一般是为“S”状, 因此分布函数的曲线形状应该类似于反正切函数的导数。基于此特性, 在本文中提出以下 cosh 函数来代替 Preisach 分布函数:

$$\begin{aligned} \mu(x) &= \frac{\alpha e^{-(x-\beta)/\gamma}}{(1 + e^{-(x-\beta)/\gamma})^2} \\ &= \frac{1}{2} \frac{\alpha}{1 + \cosh((x-\beta)/\gamma)} = \frac{ae^{-bx}}{(1 + ce^{-bx})^2} \end{aligned} \quad (6)$$

式中, $a = \alpha e^{b/c}$, $b = 1/\gamma$, $c = e^{b/\gamma}$ 。

2.3 解析形式的Preisach模型

将(6)式代入(4)式可得到磁场强度增大时的动态磁导率为:

$$\begin{aligned} \frac{dB}{dH} &= \frac{\alpha^2}{\beta\gamma[1 + \cosh((H-\beta)/\gamma)]} \\ &\times \left[\frac{1}{1 + e^{(H_r-\beta)/\gamma}} - \frac{1}{1 + e^{(H-\beta)/\gamma}} \right] \end{aligned} \quad (7)$$

磁滞回线上升段和下降段的磁感应强度可分别通过(8)式和(9)式计算得到:

$$B_{incr} = -B_s + 2 \int_{-H_s}^H \int_{-H_s}^{h_1} \mu(h_1, h_2) dh_2 dh_1 \quad (8)$$

$$B_{decr} = B_s - 2 \int_H^{H_s} \int_{h_2}^{H_s} \mu(h_1, h_2) dh_1 dh_2 \quad (9)$$

将(6)式代入 Preisach 分布函数(3)式可得:

$$\begin{aligned} \mu(h_1, h_2) &= \mu(-h_1)\mu(h_2) \\ &= \frac{ae^{bh_1}}{(1 + ce^{bh_1})^2} \frac{ae^{bh_2}}{(1 + ce^{bh_2})^2} \end{aligned} \quad (10)$$

Everett 函数可以用解析的形式表示为:

$$\begin{aligned} E(x, y) &= \frac{a^2}{b^2} \left[\frac{(e^{bx} - e^{by})}{(c^2 - 1)(c + e^{by})(1 + ce^{bx})} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{(c^2 - 1)^2} \ln \frac{(1 + ce^{by})(c + e^{bx})}{(1 + ce^{bx})(c + e^{by})} \right] \end{aligned} \quad (11)$$

其中 a 、 b 和 c 是待辨识的参数, 图 3 显示了一个典型的 Everett 函数。

当 $\beta=0$ 时, $c=1$, (11)式为奇异, 由洛必达法则

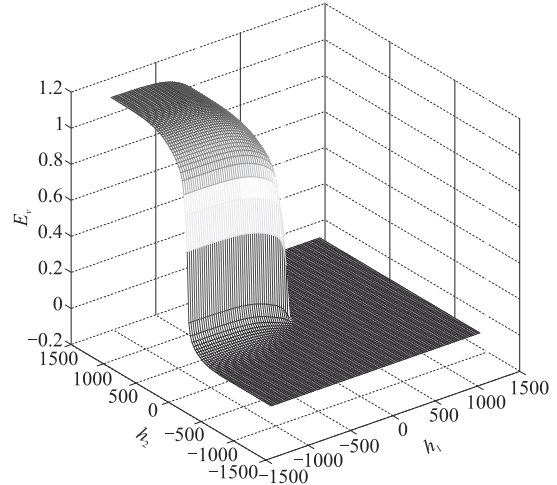


图 3 Everett 函数

可以得到以下关系式:

$$\lim_{c \rightarrow 1} E(x, y) = \frac{1}{2b^2} \frac{(e^{bx} - e^{by})^2}{(1 + e^{bx})^2 (1 + e^{by})^2} \quad (12)$$

这样就可以引入一个完全解析的 Preisach 模型, 引入 cosh 函数的主要优点是(11)式中只出现初等函数, 便于后续计算。磁场强度 H 从 $-H_s$ 增加到 H_s 的过程中, 磁感应强度 B 沿磁滞回线上升段的值可通过下式计算得到:

$$\begin{aligned} B_{incr} &= -B_s + 2 \frac{a^2}{b^2} \left[\frac{(e^{bH} - e^{-bH_s})}{(c^2 - 1)(c + e^{bH})(1 + ce^{-bH_s})} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{(c^2 - 1)^2} \ln \frac{(1 + ce^{bH})(c + e^{-bH_s})}{(1 + ce^{-bH_s})(c + e^{bH})} \right] \end{aligned} \quad (13)$$

式中, H_s 为磁场强度的最大值, 最大磁感应强度 B_s 可表示为:

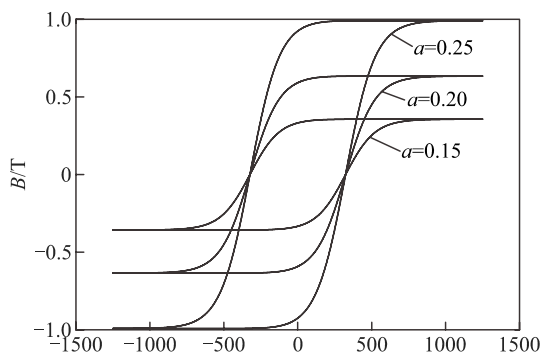
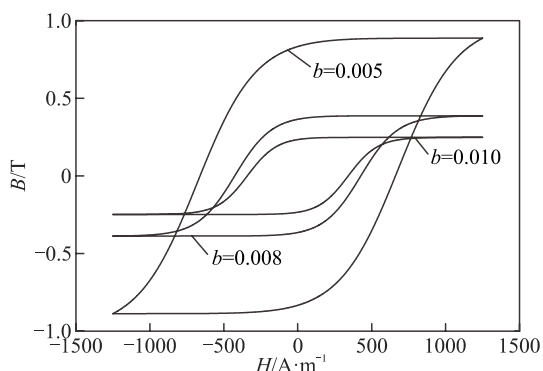
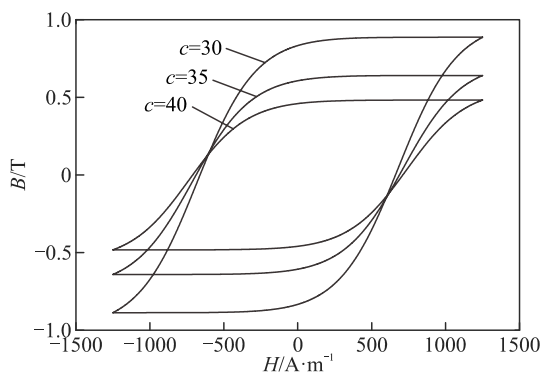
$$\begin{aligned} B_s &= \frac{a^2}{b^2} \left[\frac{(1 - e^{-2bH_s})}{(1 - c^2)(1 + ce^{-bH_s})^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{(1 - c^2)^2} \ln \frac{(1 + ce^{bH_s})(c + e^{-bH_s})}{(1 + ce^{-bH_s})(c + e^{bH_s})} \right] \end{aligned} \quad (14)$$

同理可得, 磁滞回线的下降段(9)式变为:

$$\begin{aligned} B_{decr} &= B_s - 2 \frac{a^2}{b^2} \left[\frac{(e^{bH_s} - e^{bH})}{(c^2 - 1)(c + e^{bH_s})(1 + ce^{bH})} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{(c^2 - 1)^2} \ln \frac{(1 + ce^{bH_s})(c + e^{bH})}{(1 + ce^{bH})(c + e^{bH_s})} \right] \end{aligned} \quad (15)$$

图 4 显示了不同的 a 、 b 和 c 值对应的磁滞回线。可以观察到, 参数 a 和 c 的值影响磁滞回线的幅值与斜率, 参数 b 的值影响磁滞回线的幅值与宽度。

由于磁滞回线的形状与材料的种类相关, 改变模型的三个参数就可以模拟相应材料的磁滞回线。

(a) 改变 a 值 (固定 $H_s=1250$ A/m, $b=0.01$, $c=25$)(b) 改变 b 值 (固定 $H_s=1250$ A/m, $a=0.15$, $c=25$)(c) 改变 c 值 (固定 $H_s=1250$ A/m, $a=0.15$, $b=0.005$)图 4 分别改变 a 、 b 和 c 所得到的磁滞回线

对具体材料, 需要求解对应的模型参数, 使模型仿真结果能够较好地吻合实际测量曲线。

3 参数辨识

参数辨识实际上是一类优化问题, 通过不断减小计算值和测量值之间的误差, 使辨识的参数逐渐接近实际值。在本文中, 提出用差分进化算法 (Differential Evolution Algorithm, DE) 来求解磁滞模型参数 a 、 b 和 c 。DE 主要用于求解实数优化问题, 该算法是一类基于群体的自适应全局优化算法, 属于演化算法的一种, 具有结构简单、容易实现、收

敛快速、鲁棒性强等特点。DE 的种群由若干个体组成, 每一个个体都是优化问题的潜在解。新的候选个体是根据不同个体之间的方向和距离方向信息来生成的, 从而实现群体进化。类似于其他的进化算法, DE 也采用变异、交叉、选择这三个典型的进化算子来更新种群。

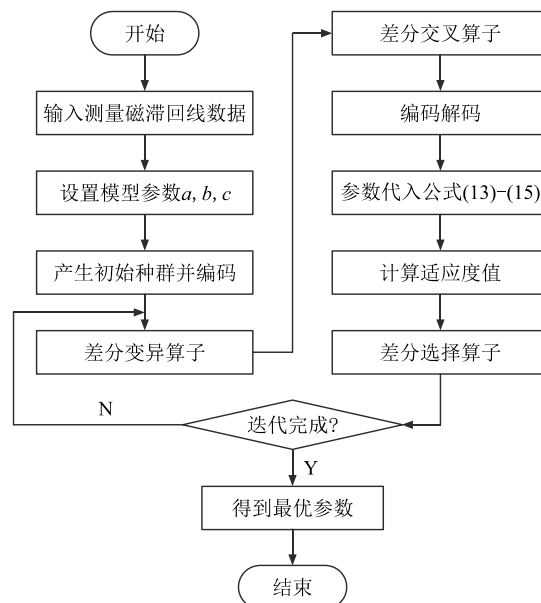


图 5 DE 算法流程

图 5 为差分进化算法的参数辨识流程。参数辨识是磁滞模型应用于具体材料的前提, 必须先获取材料模型所需要的磁特性测量数据, 利用准确的磁特性实验测量设备来获取。

4 模型的实验验证与仿真分析

为了验证模型的准确性, 本文利用日本理研电子株式会社的 BH-Loop 分析仪进行测试, 如图 6 所示。对无取向硅钢片 50WW600 进行了相关的实验, 将测试样品切割成边长为 1 cm 的正方形, 在测量材料磁滞回线前必须对仪器进行定标。

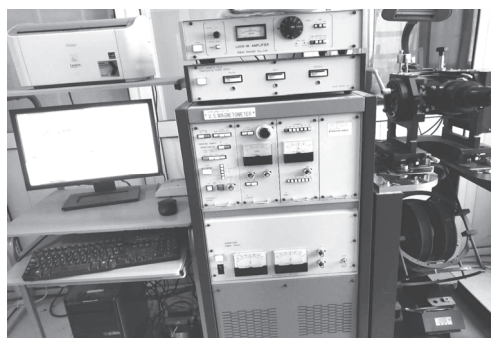


图 6 BH-Loop 分析仪

为了求解最佳模型参数值，用所建模型去拟合实际测量曲线。将参数初值设置为 $a=1.37$, $b=0.04$, $c=30$ ，将参数初值代入(13)~(15)式仿真，仿真结果和实验所得磁滞回线如图 7 所示。

由图 7 可知，模型计算值与实验测量值有较大误差，利用 DE 算法对模型进行优化。设置以上参数为迭代初始值，求解模型最佳拟合参数。DE 算法优化的迭代曲线如图 8 所示。

通过 DE 算法迭代得到的目标函数(19)式，最优值为 0.1549，模型参数 $a=0.7379$, $b=0.0343$, $c=19.0663$ ，绘制模型的仿真值与实验所得磁滞回线如图 9 所示。

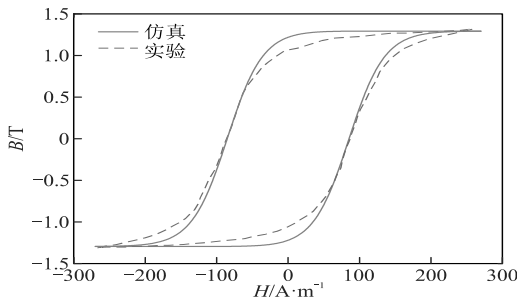


图 7 优化前仿真与实验磁滞回线

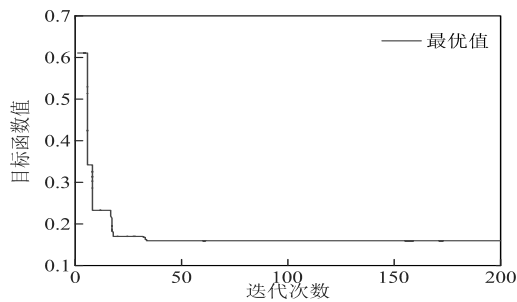


图 8 DE 算法优化的迭代曲线

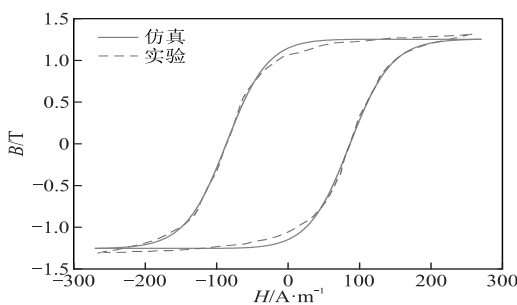


图 9 仿真与实验磁滞回线

对比图 7 和图 9 可以看出，经过 DE 算法参数优化后的模型拟合效果有了明显的改进，通过最佳拟合参数计算得到的磁滞回线与实测结果基本吻合。在磁滞回线膝部，本文的预测结果与实测值偏差增大，但仍满足工程误差允许。因此，本文所建的磁

滞模型能够较为准确地模拟软磁材料的磁滞回线，具有工程应用价值。

5 结语

本文在经典 Preisach 模型的基础上，针对分布函数难以确定、实验工作量大、求解精度低等问题，提出了用 cosh 函数近似 Preisach 分布函数。同时引入 Everett 函数，建立了磁滞模型的解析表达式，改变模型参数值可以模拟任意形状的静态磁滞回线。用差分进化算法优化参数，辨识得到的参数能够使计算磁滞回线与实验磁滞回线较好吻合，验证了本文所建模型的有效性和准确性。该算法不仅适用于 Preisach 模型分布函数参数的提取，而且适用于 J-A 模型。

参考文献:

- [1] Chen J Q, Wang D, Cheng S W, et al. Modeling of temperature effects on magnetic property of nonoriented silicon steel lamination [J]. IEEE Trans Magn, 2015, 51(11): 2002804.
- [2] 张艳丽, 李玉梅, 刘洋, 等. 考虑不同磁特性模型的感应电机铁心损耗分析[J]. 中国电机工程学报, 2013, 33(27): 120-126.
- [3] Preisach F. Über die magnetische nachwirkung [J]. Zeitschrift Für Physik, 1935, 94(5-6): 277-302.
- [4] Mayergoz I D. Mathematical models of hysteresis [J]. IEEE Trans Magn, 1986, 22(5): 603-608.
- [5] Stoner E C, Wohlfarth E P. A mechanism of magnetic hysteresis in heterogeneous alloys [J]. IEEE Trans Magn, 1991, 27(4): 3475-3581.
- [6] 张艳丽, 何厚键, 谢德馨, 等. 基于二维磁特性测量的电工钢片矢量磁滞模型[J]. 中国电机工程学报, 2010, 30(3): 130-135.
- [7] Urata S, Enokizono M, Todaka T, et al. Magnetic characteristic analysis of the motor considering 2-D vector magnetic property [J]. IEEE Trans Magn, 2006, 42(4): 615-618.
- [8] Enokizono M, Shimoji H, Horibe T. Loss evaluation of induction motor by using vector magnetic hysteresis E&S 2 model [J]. IEEE Trans Magn, 2002, 38(5): 2379-2381.
- [9] Jiles D C, Atherton D L. Ferromagnetic hysteresis [J]. IEEE Trans Magn, 1983, 19(5): 2183-2185.
- [10] 李贞, 李庆民, 李长云, 等. J-A 磁化建模理论的质疑与修正方法研究[J]. 中国电机工程学报, 2011, 31(3): 124-131.
- [11] Serpico C. Magnetic hysteresis modeling via feed-forward neural networks [J]. IEEE Trans Magn, 1998, 34(3):

- 623-628.
- [12] Cirrincione M. A novel neural approach to the determination of the distribution function in magnetic Preisach systems [J]. IEEE Trans Magn, 2004, 40(4): 2131-2133.
- [13] 杨延菊. 基于神经网络的 Jile-Atherton 磁滞模型的实现 [D]. 北京: 华北电力大学, 2012.
- [14] Xu W J, Duan N N, Wang S H, et al. Modeling and measurement of magnetic hysteresis of soft magnetic composite materials under different magnetizations [J]. IEEE Trans Ind Electron, 2017, 64(3): 2459-2467
- [15] 李慧奇, 崔灿, 赵小军, 等. 基于一阶回转曲线的 Preisach 磁滞模型研究[J]. 磁性材料及器件, 2015, 46(3): 13-16.
- [16] 段娜娜, 徐伟杰, 李永建, 等. 基于极限磁滞回线法的软磁复合材料磁特性模拟[J]. 电工技术学报, 2018, 33(20): 4739-4745.
- [17] Finocchio G, Carpentieri M, Cardelli E, et al. Analytical solution of Everett integral using Lorentzian Preisach function approximation [J]. J Magn Magn Mater, 2006, 300(2): 451-470.
- [18] Azzerboni B, Cardelli E, Finocchio G, et al. Remarks about Preisach function approximation using Lorentzian function and its identification for nonoriented steels [J]. IEEE Trans Magn, 2003, 39(5): 3028-3030.
- [19] 李富华, 刘德志, 陈俊全, 等. 基于 Lorentzian 函数的 Preisach 磁滞模型辨识与验证[J]. 电工技术学报, 2011, 26(2): 1-6.
- [20] Blas A, RamónBargalló, Hoz J L. On the modeling of magnetic hysteresis in electrical machines [J]. Electric Machines & Power Systems, 2008, 36(6): 22.

作者简介: 包广清(1972—), 女, 甘肃兰州人, 博士, 教授, 主要研究方向为特种电机与控制。

(上接 8 页)

可占主导地位^[1], 从 SEM 照片看出, 该系列材料的晶粒尺寸($<1 \mu\text{m}$)远小于常规石榴石材料(约 $10 \mu\text{m}$), 晶粒生长可促进固相反应完成的作用得不到充分发挥, 因而各晶粒的成分及晶粒之间 σ_s 有差异造成它们的铁磁共振频率也不同, 导致 ΔH_{inc} 增大, 进一步增大了材料的线宽。因此, 材料线宽增大与 Bi^{3+} 取代后材料的固相反应更不完全、化学及磁不均匀性更差等因素有关。

4 结论

(1) Bi^{3+} 取代能有效提高材料的介电常数, Bi^{3+} 取代量 $x=1.4$ 时, 材料的介电常数超过 30, $x=1.6$ 时, 材料的 ϵ' 达到 35 以上。

(2) 在 Bi^{3+} 取代量较高、 $\epsilon' > 30$ 的 $x=1.5 \sim 1.6$ 范围内, 材料中出现石榴石以外的第二相, 带来 M_s 降低和另相的等效气孔致宽, 并且由于固相反应不完全较严重, 造成化学及磁不均匀性使得 ΔH_{inc} 增大、材料线宽增大。在 $x=1.6$ 、 $\epsilon'=35$ 时, ΔH 增大至 9 kA/m , 失去应用价值。

参考文献:

- [1] 韩志全. 铁氧体及其磁性物理[M]. 北京: 航空工业出版社, 2010.
- [2] Cruickshank D B, O'donovan R P, MacFarland I A, et al. Rare earth reduced garnet systems and related microwave application [P]. US Patent: 9 263 175 B2, 2016-02-16.
- [3] 任仕晶, 韩志全. $\text{Cu}^{2+}\text{Ti}^{4+}$ 取代石榴石多晶铁氧体材料的介电特性[A]. 1995 年全国微波会议论文集(下册) [C]. 江苏南京, 1995. 583-585
- [4] 韩志全, 张方远. 石榴石铁氧体的介电常数与密度、饱和磁化强度和缺铁量的关系[J]. 磁性材料及器件. 2018, 49(2): 18-20.
- [5] 张方远, 李凌峰, 邹旗, 等. Bi^{3+} 取代对微波铁氧体材料介电常数性能的影响[A]. 第十八届全国微波磁学会议论文集[A]. 四川绵阳, 2017. 367-369.
- [6] 韩志全. 微波铁氧体介电常数研究进展及回顾[J]. 磁性材料及器件. 2019, 50(1): 61-70, 72.
- [7] 李翰如. 电介质物理[M]. 成都: 成都科技大学出版社, 1990. 14.
- [8] 韩志全, 任仕晶. 石榴石的铁磁共振线宽 ΔH 、有效线宽 ΔH_{eff} 及自旋波线宽 ΔH_k [J]. 磁性材料及器件. 2009, 40(4): 6-11, 18.